PROBABILITES – FEUILLE D'EXERCICES

LOI DE PROBABILITE :

Exercice 1 : je dispose d'un dé spécial, une face est marquée d'un 1, deux faces sont marquées d'un 2 et trois faces sont marquées d'un 3.

a) Je jette le dé. Donner l'univers de l'expérience.
b) Je jette deux dés de ce type et je note la somme des points qui apparaissent. Donner l'univers de cette nouvelle expérience.

Exercice 2 : on lance deux dés tétraédriques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On note les deux nombres obtenus. Déterminer les univers de chacune des expériences aléatoires suivantes :

a) On effectue la différence du plus grand nombre par le plus petit nombre.
b) On effectue la somme des deux nombres obtenus.
c) On effectue le produit des deux nombres obtenus.

Exercice 3 : une urne contient 10 jetons numérotés de 1 à 10.

On choisit au hasard un jeton de l'urne et on note le nombre obtenu.

a) Déterminer l'évènement A : « le nombre choisi est pair ».
b) Déterminer l'évènement B : « le nombre choisi est un multiple de 3 ».
c) Déterminer l'évènement C : « le nombre tiré choisi un multiple de 5 ».

Exercice 4 :

1) On choisit au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
   a) Déterminer l'évènement R : « on obtient un roi ».
   b) Déterminer l'évènement C : « on obtient un carreau ».
2) On choisit au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. Reprendre les questions précédentes.

PROBABILITE D'UN EVENEMENT :

Exercice 5 : un dé a été truqué de façon à ce que la probabilité de sortie du 6 soit le double de la probabilité de sortie du 1et la probabilité de sortie du 4 soit le triple de la probabilité de sortie du 1. De plus les numéros 1, 2, 3 et 5 ont la même probabilité de sortie.

a) Calculer la probabilité de sortie de chaque numéro.
   On notera $P(1)$, $P(2)$ … les probabilités de sortie du 1, du 2…
b) Calculer la probabilité de l'événement A : « obtenir un numéro pair ».

Exercice 6 : un dé truqué est tel que $P(1) = 0{,}1$; $P(2) = 0{,}2$; $P(3) = 0{,}3$; $P(4) = 0$ et $P(5) = P(6)$.

a) Calculer $P(5)$.
b) Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

Exercice A : On considère un dé truqué à 6 faces. L'expérience aléatoire consiste à lancer le dé et à considérer la valeur de la face supérieure du dé.

Pour k un entier compris entre 1 et 6, on considère l'événement F_k défini par : « la valeur obtenue est k ».

Pour seules informations sur le dé, on a :

- Le tableau incomplet de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

X	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$P(X)$	0,11	0,07		0,2	0,15	

- La probabilité d'obtenir un nombre pair vaut 0,4.

Compléter le tableau de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Exercice 7 : dans une boîte, il y a un quart de jetons blancs, un tiers de jetons noirs et le reste de jetons rouges. On tire au hasard un jeton. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « le jeton est blanc » ;
B : « le jeton n'est pas rouge » ;
C : « le jeton est rouge ou le jeton est noir ».

Exercice 8 : on prend une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir :

1) p_1 : le valet de trèfle ?
2) p_2 : un valet ?
3) p_3 : une figure ?
4) p_4 : un cœur ?
5) p_5 : une figure ou un pique ?
6) p_6 : une figure qui soit un carreau ?
7) p_7 : une dame rouge ?
8) p_8 : un trois ?

Exercice 9 : un univers associé à une expérience aléatoire est constitué de trois issues.
La loi de probabilité vérifie $p(A) = t^2$, $p(B) = t$ et $p(C) = \frac{1}{4}$. Déterminer t.

REPRESENTATIONS :

Exercice 10 : un groupe de 800 personnes comprend 40% de fumeurs. 17% des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire et parmi elles, il y a 102 fumeurs.

a) Compléter le tableau ci-dessous représentant la situation :

	Personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire	*Personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire*	*Total*
Fumeurs			
Non fumeurs			
Total			

b) Quelle est la proportion de fumeurs parmi les personnes malades ?

c) Quelle est la proportion de malades parmi les fumeurs ?

Exercice 11 : le tableau ci-dessous indique la répartition dans un laboratoire d'un élevage de souris :

a) On prend une souris parfaitement au hasard pour une expérience. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « la souris est blanche »
B : « la souris est blanche ou femelle »
C : « la souris est grise et c'est un mâle »

	Blanche	Grise	Total
Mâle	30	7	37
Femelle	55	8	63
Total	85	15	100

b) On prend une souris blanche. Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?

Exercice B : **activités périscolaires**

Un petit collège de 469 élèves ne propose que deux activités périscolaires : un club théâtre et un atelier d'initiation à la programmation.

On sait que : 56 élèves sont inscrits au club théâtre, 79 sont inscrits au club informatique et 14 élèves font les deux.

On choisit au hasard un élève dans l'établissement et on considère les deux événements suivants :

- T : « l'élève est inscrit au club théâtre ».
- I : « l'élève est inscrit à l'atelier informatique ».

a) Résumer la situation grâce à une représentation bien choisie.

b) Grâce au langage ensembliste, comment peut-on décrire l'ensemble des élèves qui ne pratiquent aucune activité périscolaire ?

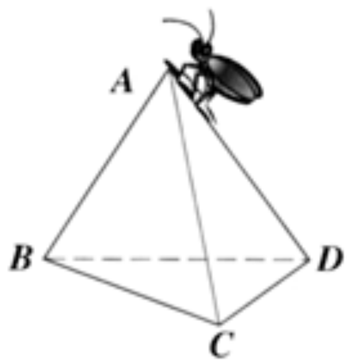
c) Déterminer la probabilité de choisir un élève qui ne pratique aucune activité périscolaire.

Exercice 12 :

1) On s'intéresse à une pièce de monnaie bien équilibrée. Lorsqu'on la lance, on a donc autant de chance d'obtenir *Pile* que *Face*. Quelle est la probabilité d'obtenir *Pile* ? d'obtenir *Face* ?
2) On lance cette pièce trois fois de suite.
   a) Déterminer les différentes issues possibles (on pourra s'aider d'un arbre).
   b) Quel est le nombre d'issues possible ?
   c) Combien de fois n'a-t-on que des *Piles* ? Donner la probabilité d'obtenir trois *Piles* de suite.
   d) Dans combien de cas obtient-on deux *Piles* exactement ? Donner la probabilité d'obtenir deux *Piles* exactement.

Exercice 13 : la *figure* ci-contre représente un tétraèdre régulier ainsi qu'un scarabée se déplaçant le long des arêtes du tétraèdre suivant les règles ci-après :

- pour parcourir une arête, il lui faut une minute ;
- à chaque sommet, il choisit au hasard l'une des trois arêtes ;
- le scarabée part du sommet *A*.



À l'aide d'un arbre, calculer les probabilités des événements suivants :

a) Le scarabée est en *A* au bout de trois minutes.
b) Durant les trois premières minutes, le scarabée ne passe jamais au sommet *C*.

Exercice 14 : un commerçant doit livrer quatre clients *A*, *B*, *C* et *D*. On appelle trajet la succession des quatre livraisons.

Quel est le nombre de trajets :

a) au total ?
b) commençant par le client *A* ?
c) si le commerçant doit livrer *A* avant *B* et *C* ?

Exercice 15 : une urne contient 3 jetons : un bleu, un blanc et un rouge. On choisit un jeton, on note sa couleur et on le remet dans l'urne ; on choisit un deuxième jeton et on note à nouveau sa couleur.

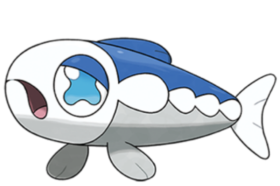
On représente un tirage par un couple dont le premier élément est le premier jeton choisi et le second élément, le deuxième jeton choisi.

Les probabilités seront exprimées à l'aide de fractions irréductibles puis arrondies au centième.

1) Déterminer, à l'aide d'un arbre, l'ensemble de tous les tirages possibles.
2) Quelle est la probabilité de ne piocher aucun jeton blanc ?
3) Quelle est la probabilité de piocher au moins un jeton blanc ?
4) Quelle est la probabilité de piocher deux jetons de même couleur ?

OPERATIONS SUR LES EVENEMENTS :

Exercice C : Poke-probabilités
En se baladant dans les hautes herbes de la région d'Alola, Sacha réalise qu'il rencontre toujours les quatre mêmes Pokémons :

Type eau	Type insecte	Type normal	Type eau/insecte
			
Froussardine	Larvibule	Manglouton	Araqua

Certains Pokémons sont cependant rencontrés plus souvent que les autres.
Le professeur Euphorbe affirme que :

- 20% des Pokémons rencontrés sur Alola sont de type normal.
- 50% des Pokémons rencontrés sur Alola sont de type eau.
- 60% des Pokémons rencontrés sur Alola ne sont pas de type insecte.

Posons I : « rencontrer un Pokémon de type insecte »
et E : « rencontrer un Pokémon de type eau ».

1) Associer les événements $I \cap E$, $I \cap \bar{E}$, $\bar{I} \cap E$ et $\bar{I} \cap \bar{E}$ à leurs Pokémons respectifs.
2) Compléter le tableau suivant et en déduire la probabilité d'apparition de chaque Pokémon.

	I	$\bar{I}$	Total
E			
$\bar{E}$			
Total			

Exercice 16 : un cabinet de recrutement fait passer à des candidats deux examens, l'un en mathématiques et l'autre en français. L'examen permet de déterminer si le candidat a un niveau satisfaisant ou non dans la matière sur lequel il porte.
On dispose des informations suivantes :

- 80% des candidats n'ont pas un niveau satisfaisant en mathématiques ;
- les candidats qui ont un niveau satisfaisant en français sont trois fois plus nombreux que ceux qui n'ont pas un niveau satisfaisant en français ;
- parmi les candidats dont le niveau en mathématiques est satisfaisant, 50% ont un niveau satisfaisant en français.
- On interroge un candidat au hasard et on s'intéresse à son niveau en mathématiques et en français.

On considère les événements : M : « Le candidat a un niveau satisfaisant en mathématiques » ;
F : « Le candidat a un niveau satisfaisant en français ».

1) Compléter le tableau ci-contre :
2) Déterminer la probabilité des événements :
   - $\bar{F}$
   - $\bar{M}$
   - $\bar{F} \cap \bar{M}$
   - $\bar{F} \cup \bar{M}$
   - $F \cup M$.

	M	$\bar{M}$	*Total*
F			
$\bar{F}$			
Total			

Exercice 17 :
Soit l'ensemble Ω constitué des nombres entiers de 1 à 20 inclus. On choisit au hasard un de ces nombres.
On considère les quatre évènements suivants : A : « le nombre est multiple de 2 », B : « il est multiple de 4 », C : « il est multiple de 5 » et D : « il est multiple de 4 mais pas de 2. »

1) Donner la liste des éléments de Ω.
2) Lors d'un tirage, l'événement A peut être réalisé pour 10 nombres différents, Lesquels ?
3) L'événement D peut-il être réalisé ?
4) Décrire en une phrase les éléments de $A \cap C$. Quels tirages sont favorables à $A \cap C$?
5) Mêmes questions pour les événements $B \cap C$ et $\bar{A} \cap \bar{C}$.

Exercice 18 : chaque lettre du mot « *LIONS* » est écrite sur un carton et ces cartons sont placés dans un sac. On choisit un carton au hasard, puis, sans le remettre dans le sac, on choisit un second carton placé à droite du premier.
On forme ainsi des « mots » de deux lettres.

1) A l'aide d'un arbre, donner les éléments de l'ensemble Ω de tous les mots que l'on peut ainsi former. Quel est le nombre des éléments de Ω ?
2) On considère les événements suivants : A : le mot de deux lettres comporte deux voyelles
   B : le mot de deux lettres commence par I C : le mot se termine par S
   Décrire en une phrase l'événement $B \cap C$, puis l'événement $A \cap B$, puis$A \cup B$.
3) Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, C, $\bar{A}$, $A \cap B$ et $A \cup B$.
4) Retrouver la valeur de $p(A \cup B)$ par le calcul.

Pour aller plus loin :

Exercice α : une entreprise piscicole gère deux bassins.
Le bassin A contient 100 poissons dont exactement 20 gardons.
Le bassin B contient x gardons et 100 poissons autres que des gardons (x est un entier compris entre 1 et 30).
On admet que, dans chaque bassin, tous les poissons ont la même probabilité d'être pêchés.

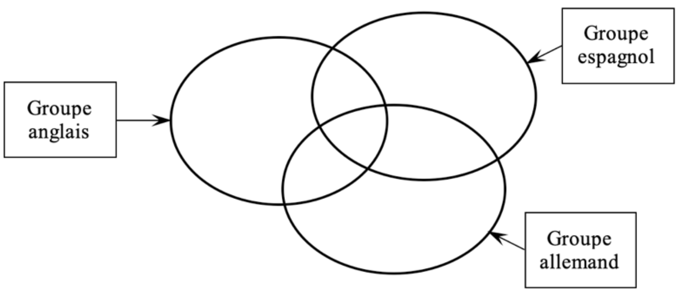
1. Un poisson est pêché dans le bassin A.
   Quelle est la probabilité p_A que ce soit un gardon ?
2. Un poisson est pêché dans le bassin B.
   Exprimer en fonction de x la probabilité p_B que ce soit un gardon.
3. **Problème : on souhaite déterminer le nombre minimal de gardons à prévoir dans le bassin *B* de façon à ce que p_B soit supérieure à p_A.**
   a. Construire dans le repère de l'***annexe***, en s'aidant de la calculatrice et de son menu *TABLE*, la courbe représentative de la fonction *f* définie sur $[1; 30]$ par : $f(x) = \frac{x}{x+100}$
   b. En expliquant votre démarche, résoudre le **problème** posé à la question 3.

Exercice β : diagramme de Venn #1

Dans une classe de 2nde les langues suivantes sont étudiées : anglais, allemand et espagnol.
Chaque élève étudie au moins une langue et :

- 5 élèves étudient les trois langues
- 7 élèves étudient l'anglais et l'allemand
- 8 élèves étudient l'anglais et l'espagnol
- 9 élèves étudient l'allemand et l'espagnol
- 20 élèves étudient l'anglais, 15 étudient l'allemand et 18 étudient l'espagnol.

Compléter le diagramme suivant appelé **diagramme de Venn** puis, déterminer l'effectif total de la classe.



<u>Exercice γ :</u> diagramme de Venn #2

Lors d'une enquête à la sortie du lycée, on a interrogé 60 élèves. Durant la semaine précédant l'enquête, 35 avaient lu un livre, 30 étaient allés au cinéma et, parmi ces derniers, 10 avaient lu un livre. On interroge un de ces élèves. Déterminer, à l'aide d'un tableau à double entrée, la probabilité des événements suivants (donner les résultats en fractions) :

A : « Interroger un élève ayant lu un livre » ; *B* : « Interroger un élève qui est allé au cinéma » ;

C : « Interroger un élève ayant lu un livre, mais qui n'est pas allé au cinéma » ;

D : « Interroger un élève n'ayant ni lu un livre, ni vu un film ».