Fiche second degré

1 Forme canonique

Soit un polynôme du second degré : $p(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

Sa forme canonique est : $p(x) = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$

On pose $\Delta = b^2 - 4ac$ discriminant

2 Racines du trinôme

Les solutions de l'équation $p(x) = 0$ dépendent du signe du discriminant Δ

- Si $\Delta > 0$, on a deux racines distinctes : $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
- Si $\Delta = 0$, on a une racine double : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$
- Si $\Delta < 0$, pas de racine réelle.

3 Factorisation, somme et produit des racines

La factorisation de $p(x)$ dépend du signe du discriminant Δ

- Si $\Delta > 0$, $p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

  La somme S et le produit P des racines valent alors : $S = -\dfrac{b}{a}$ et $P = \dfrac{c}{a}$

  Si on connaît un racine évidente x_1, alors $x_2 = \dfrac{P}{x_1}$
- Si $\Delta = 0$, $p(x) = a(x - x_0)^2$
- Si $\Delta < 0$, le trinôme ne se factorise pas.

4 Signe du trinôme

- Si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $-a$ à l'intérieur.

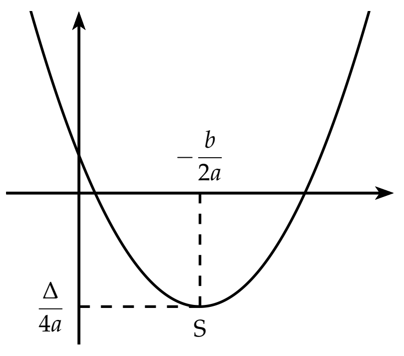
x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$p(x)$		signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a	

- Si $\Delta = 0$, le trinôme est nul en x_0 et du signe de a ailleurs.
- Si $\Delta < 0$, le trinôme est du signe de a sur $\mathbb{R}$.

5 Variation et représentation

Si $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut, on a donc les variations suivantes :

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
$p(x)$	$+\infty$ ↘	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	↗ $+\infty$



Si $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas, on a donc les variations suivantes

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
$p(x)$	$-\infty$ ↗	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	↘ $-\infty$