Seconde **Cours équations et inéquations**

I. *Egalités et équations*

a) Egalité

Une égalité est une affirmation utilisant le signe « = » et qui ne peut être que vrai ou fausse.

Les identités remarquables sont des égalités.
Une égalité permet d'utiliser le principe de substitution :
Ainsi, pour $f(x) = x^2 - 3x + 1$, si on choisit $x = a + 2$, alors :
$f(a+2) = (a+2)^2 - 3(a+2) + 1 = a^2 + 4a + 4 - 3a - 6 + 1 = a^2 + a - 1$

b) Equation

Une équation est une égalité où figure un nombre **inconnu**.
Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles de l'inconnue telles que l'égalité soit vraie.
On détermine ainsi l'**ensemble des solutions**.

Exemple : 6 est solution de l'équation $2 + x = 8$ car l'égalité $2 + 6 = 8$ est vraie.

c) Résolution algébrique d'une équation

Règle du produit nul :
Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul :
$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$

Règle du quotient nul :
Un quotient est nul si, et seulement si, le numérateur est nul, mais pas le dénominateur :
$\frac{N}{D} = 0 \Leftrightarrow N = 0$ et $D \neq 0$

Exemples :

Résoudre $(x + 4)(5 - 7x) = 0$
$x + 4 = 0$ ou $5 - 7x = 0$
$x = -4$ ou $x = \frac{5}{7}$
$S = \left\{-4; \frac{5}{7}\right\}$

Résoudre $\frac{4x + 1}{x + 2} = 0$
$4x + 1 = 0$ et $x + 2 \neq 0$
$x = -\frac{1}{4}$ et $x = -2$
$S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

Seconde **Cours équations et inéquations**

Résolution d'une équation du premier degré

Règles

Lorsqu'on ajoute ou que l'on retranche un même réel aux deux membres d'une équation, on obtient une autre équation qui a exactement les mêmes solutions.
Lorsqu'on multiplie ou que l'on divise chaque membre d'une équation par un même réel **différent de 0**, on obtient une autre équation qui a exactement les mêmes solutions.

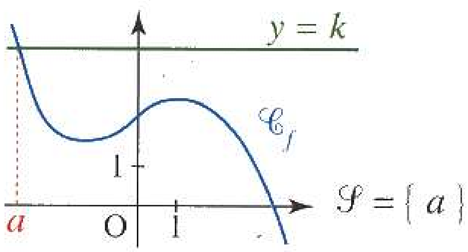
Exemple : Résoudre l'équation : $3x - 4(3 + x) + 5(2x - 1) = 5 - x$

$3x - 12 - 4x + 10x - 5 = 5 - x$
$9x - 17 = 5 - x$
$9x + x = 5 + 17$
$10x = 22$
$x = 2,2$

d) Résolution graphique d'une équation

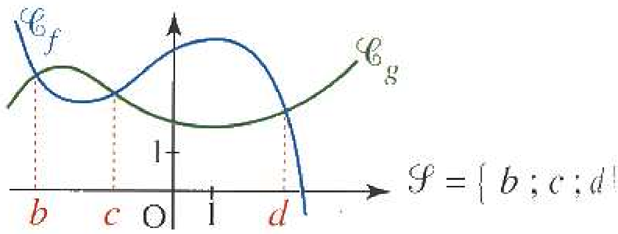
C_f et C_g sont les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

Equation f(x) = k (avec k réel)



Les solutions sont les **abscisses** des points d'intersection de C_f avec la droite d'équation y = k.

Equation f(x) = g(x)



Les solutions sont les **abscisses** des points d'intersection des deux courbes C_f et C_g.

II. Inégalités et inéquations

a) Inégalité et inéquation

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie : ces valeurs sont **les solutions** de l'inéquation.

Exemple :

$5x - 7 \geq 0$ équivaut à $x \geq \frac{7}{5}$.

L'ensemble des solutions est $S = [2\,;+\infty[$.

b) Signe de $ax + b$ avec $a \neq 0$

Si a est positif

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
$ax + b$		$-$	0	$+$	

Si a est négatif

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
$ax + b$		$+$	0	$-$	

c) Règles des signes

Le produit, ou le quotient, de deux nombres de même signe est positif.
Le produit, ou le quotient, de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exemple : Etudier le signe de $P(x) = -x\,(x + 2)(5 - x)$

On résout les équations $-x = 0$ $x + 2 = 0$ et $5 - x = 0$
Soit $x = 0$ $x = -2$ et $x = 5$
On place ces valeurs par ordre croissant sur la première ligne du tableau.
On étudie le signe de chaque facteur dans un tableau de signes
On applique la règle des signes du produit pour obtenir la dernière ligne.

x		-2		0		5	
$-x$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$5-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

d) Inéquations

Pour résoudre une inéquation à une inconnue, on peut toujours se ramener à une comparaison à zéro.
Ainsi résoudre une inéquation revient à étudier le signe d'une expression.
Résoudre $A(x) \geq B(x)$ revient à résoudre $A(x) - B(x) \geq 0$

Exemple :

Résoudre l'inéquation : $-x^2(5-x) \geq 10x - 2x^2$
On se ramène à une comparaison à zéro : $-x^2(5-x) - (10x - 2x^2) \geq 0$
On cherche une forme factorisée : $-x^2(5-x) - 2x(5 - x) \geq 0$
$-x(5-x)(x+2) \geq 0$

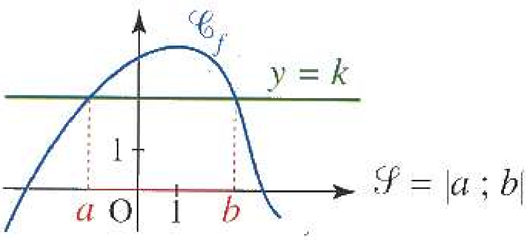
On retrouve le polynôme P(x) précédent.
D'après le tableau de signes, on sait que :
$P(x) \geq 0$ lorsque $x \in [-2 ;0]$ ou $x \in [5 ;+\infty[$.

L'ensemble de solution est : $S = [-2 ;0] \cup [5 ;+\infty[$.

e) Résolution graphique d'une inéquation

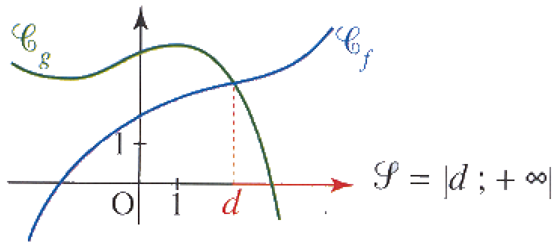
C_f et C_g sont les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

Inéquation f(x) > k (avec k réel)



Les solutions sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de la droite d'équation y = k.

Inéquation f(x) > g(x)



Les solutions sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de la courbe C_g.