Les fonctions de références.

I- La fonction affine :

1. Définition :

- une fonction affine f définie pour tout x de IR par f(x)= ax + b , (ou a et b deux réels donnés) est une fonction affine
- La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.

Vocabulaire :

a se nomme **le coefficient directeur** de la droite représentant la fonction affine.
b se nomme **l'ordonnée à l'origine** de la droite représentant la fonction affine.

Cas particulier :

Si a =0 et b=0 alors f est appelée fonction nulle. (sa représentation graphique est l'axe des abscisses).
Si a =0 et b≠0 alors f est appelée fonction constante.(droite horizontale).
Si a ≠0 et b =0 alors f est appelée fonction linéaire. (droite passant par l'origine).

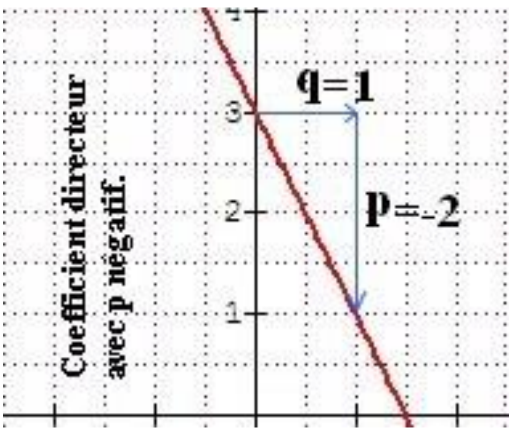
Applications :
Indiquer parmi les fonctions suivantes, celles qui sont affines, celle qui sont linéaires, indiquer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des représentations graphiques :

1. $f : x \rightarrow x + 9$
2. $g : x \rightarrow 3 - 2x$
3. $h : x \rightarrow x - x\sqrt{2} + 5$
4. $k : x \rightarrow \frac{x+1}{6} + \frac{x-1}{6}$

Exercice 14, 19 page 67

Conséquences :

b étant l'ordonnée à l'origine alors la droite passe par le point (0 ; b)
Si on écrit a sous forme fractionnaire $\frac{p}{q}$ alors on peut représenter la pente de la droite en partant de l'ordonnée à l'origine, comme l'indiquent les schémas ci-dessous:
ex :f(x)= -2x+3 .



$$\mathbf{a}=\frac{p}{q}=\frac{-2}{1}=-2$$

b=3

Exercice d'application :

Représenter les fonctions affines suivantes :

1. f : x → $-\frac{2}{3}$x + 3
2. g : x → $\frac{4}{5}$x - 3
3. h : x → 5 x

2. ***Variations :***

● Si a est strictement positif (a > 0) alors la fonction *f :* x→ ax+b est strictement croissante.

● Si a est strictement négatif (a < 0) alors la fonction *f :* x→ ax+b est strictement décroissante.

Démonstration :

Soient x et x' deux réels tels que x < x'

alors *f*(x) – *f*(x') = (ax + b) – (ax'+ b) = ax – ax' + b – b = a (x – x')

or x < x' donc x – x' < 0

- Si a > 0 alors *f*(x) – *f*(x') < 0
  donc *f*(x) < *f*(x'). On peut donc conclure que les images sont dans le même ordre que les antécédents
  et donc que *f* est une fonction strictement croissante sur ℝ.
- Si a < 0 alors *f*(x) – *f*(z) > 0.
  donc *f*(x) > *f*(z),l'ordre des images est inversé par rapport à l'ordre des antécédents
  donc que *f* est une fonction strictement décroissante sur ℝ.

3.***Tableau de variation*** :

a>0

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	$\nearrow$	

a<0

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	$\searrow$	

a=0

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	$\rightarrow$	

3. ***Détermination du signe d'une fonction affine :***

Graphiquement :

Representer la fonction f(x)=-2x+ 3

x	-∞	3/2	+∞
f(x)	$\searrow$	0	$\searrow$

x	-∞	3/2	+∞
Signe de f.	+	0	−

Par le calcul :

La deuxième séance d'une heure

II-La fonction carré

Définition :
La fonction carré est la fonction f : x → x^2

La courbe représentative de la fonction carré est une **Parabole**

Domaine de définition : Le domaine de définition est ℝ.

Variations :
● Sur] - ∞ ; 0] la fonction carré est décroissante.

Démonstration :

∀ x ∈] - ∞ ; 0] et ∀ z ∈] - ∞ ; 0] tels que x □ z

alors f(x) – f(z) = $x^2 - z^2$ = (x – z) (x + z)
Or x □ z donc x – z □ 0 (x – z est négatif ou nul)
De plus x ∈] - ∞ ; 0] ⇒ x □ 0 et z ∈] - ∞ ; 0] ⇒ z □ 0
d'où x + z □ 0 (x + z est négatif ou nul)
Conclusion : f(x) – f(z) □ 0 et donc f(x) □ f(z)
On peut donc conclure que l'ordre des images est inversé par rapport à l'ordre des antécédents et que la fonction carré est décroissante sur] - ∞ ; 0]

● Sur [0 ; + ∞ [la fonction carré est croissante.

Parité :

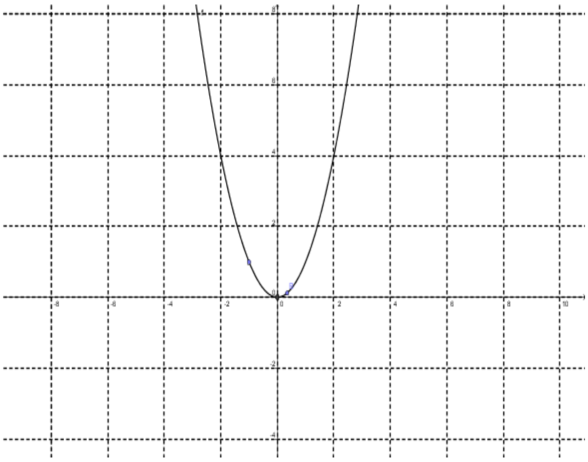
La fonction carrée est paire.
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ donc sa courbe représentative est symétrique par rapport à

(OY).

Tableau de variation :

● Sur] - ∞ ; 0] la fonction *f* est décroissante.
● Sur [0 ; + ∞ [la fonction *f* est croissante.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗



La troisième séance d'une heure

III-La fonction inverse :

Définition :
La fonction inverse est la fonction f : x

La courbe représentative de la fonction inverse est une **Hyperbole**

Domaine de définition **:**
f(x) existe si et seulement si x ≠0 donc D*f* = ℝ \ {0} ou] −∞ ; 0 [∪] 0 ; +∞ [

Variations :

Sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$ la fonction *f* est strictement décroissante.
Démonstration :
● Soient $x \in\,]-\infty\,;0[$ et $z \in\,]-\infty\,;0[$, tels que $x < z$
alors $f(x) - f(z) = 1/x - 1/z = (z-x)/z*x$

Or $x < z \Leftrightarrow z - x > 0$ (positif)
De plus $x < 0$ et $z < 0$ donc $xz > 0$ (positif)
donc $f(x) - f(z) > 0$ d'où $f(x) > f(z)$
Conclusion : l'ordre des images est inversé par rapport à l'ordre des antécédents et donc la fonction est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$

● Pour $]0\,;+\infty[$ c'est la même démonstration car $x>0$ et $y>0 \Rightarrow xz>0$

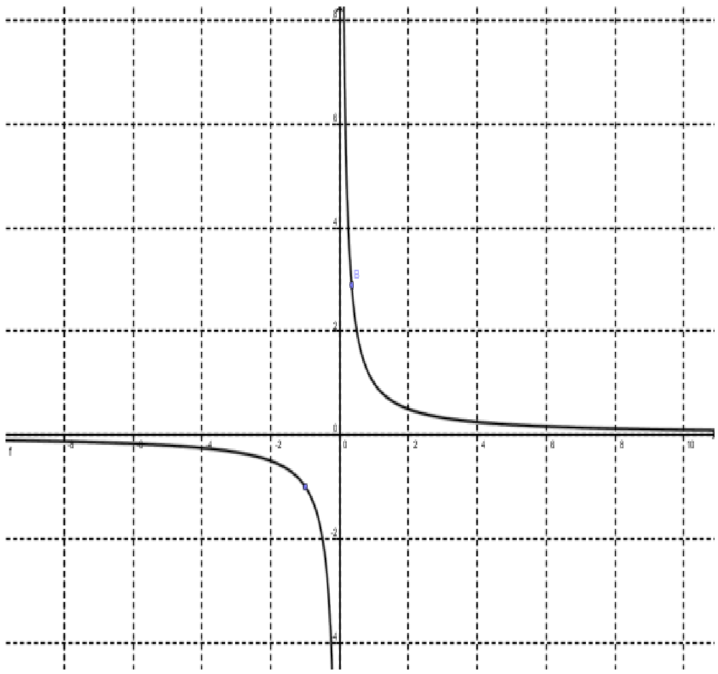
Parité :

$f(-x)=1/(-x)=-1/x=-f(x)$

donc *f* est une fonction impaire
et sa courbe représentative est symétrique par rapport à O(0;0) (l'origine du repère).

Tableau de variation :

x	$-\infty$	0 $+\infty$
f(x)	↘	↘



Les acquis :

- Calcul d'un carré
- Connaitre l'inverse d'un nombre non nul.
- L'ordre de calcul.
- L'identité remarquable.
- Comparaison de deux nombres.
- Les règles sur les inégalités.
- Le vocabulaire des fonctions (images, antécédents…)
- Lire une représentation graphique de fonction.

L'objectif de la leçon :

Fonctions linéaires et fonctions affines :

- Donner le sens de variation d'une fonction affine.
- Donner le tableau de signes de ax + b pour des valeurs numériques données de a et b.
- le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative.

<u>Variations de la fonction carré, de la fonction inverse</u>.

- Connaître les variations des fonctions carré et inverse.

- Représenter graphiquement les fonctions carré et inverse.

- Exemples de non-linéarité. En particulier, faire remarquer que les fonctions carré et inverse ne sont pas linéaires.