Le théorème de Thalès

I) Le théorème de Thalès

• **Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A**

• **Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles**

alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

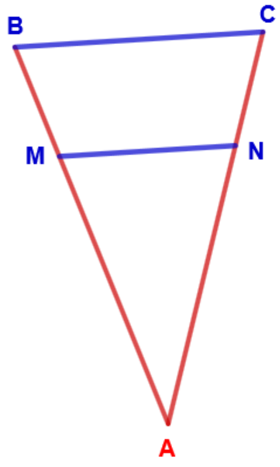


fig 1

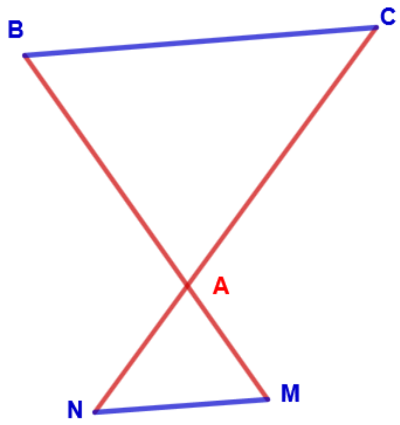


fig 2

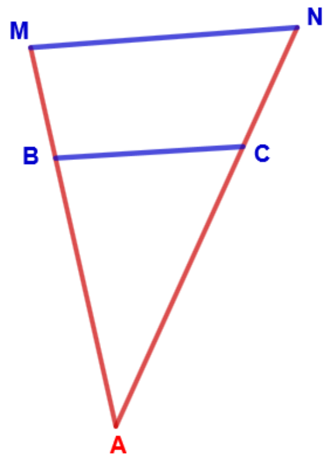


fig 3

Remarque :

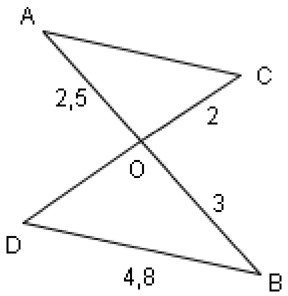
Dans la figure 1, le triangle AMN est une réduction du triangle ABC et le facteur de réduction k est : $k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Dans la figure 3 , le triangle AMN est un agrandissement du triangle ABC et le facteur d'agrandissement k est : $k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

II) Application et méthode :

Le théorème de Thalès sert à calculer une longueur

Exemple 1:



On sait que les droites (AC) et (DB) sont parallèles.
On donne OA= 2,5 cm ;OB = 3 cm ; OC = 2 cm et DB = 4,8 cm

Calculer OD et AC

1re étape :
Dans les triangles OAC et ODB :

- O ∈ [AB]
- O ∈ [DC]
- (AC)//(BD)

On peut dire aussi : Les droites (AB) et (DC) sont sécantes en O

On peut donc appliquer le **théorème de Thalès** :

On écrit l'égalité des rapports : $\frac{OB}{OA} = \frac{OD}{OC} = \frac{BD}{AC}$

2^{e} étape :

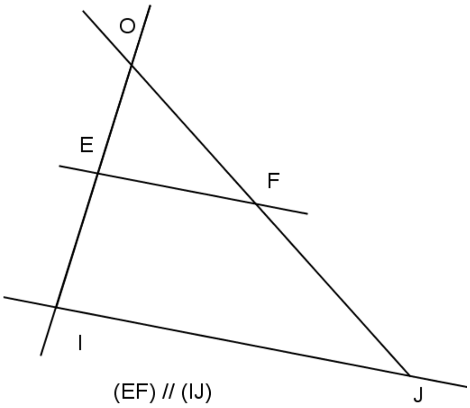
On utilise les données numériques : $\frac{3}{2,5} = \frac{OD}{2} = \frac{4,8}{AC}$

3^{e} étape :
On résout les équations qui permettent de calculer OD et AC :

$\frac{3}{2,5} = \frac{OD}{2}$ on déduit OD $= \frac{3\times2}{2,5} = \frac{6}{2,5} = 2,4$ donc **OD = 2,4 cm**

$\frac{3}{2,5} = \frac{4,8}{AC}$ on en déduit OD $= \frac{4,8\times2,5}{3} = \frac{12}{3} = 4$ donc **AC= 4 cm**

Exemple 2 : *La figure ci-dessous n'est pas faite en vraie grandeur*



On sait que les droites (EF) et (IJ) sont parallèles.

On donne EF= 6 cm ; IJ = 8 cm ; OE= 2,4 cm et OJ = 4,8 cm

Calculer OI et OF

Dans les triangles OEF et OIJ :

- E ∈ [OI]
- F ∈ [OJ]
- (EF)//(IJ)

On peut dire aussi : Les droites (EI) et (FJ) sont sécantes en O

On peut donc appliquer le **théorème de Thalès** :

$\frac{OE}{OI} = \frac{OF}{OJ} = \frac{EF}{IJ}$

On utilise les données numériques : $\frac{2,4}{OI} = \frac{OF}{4,8} = \frac{6}{8}$

On résout les équations qui permettent de calculer OI et OF :

$\frac{2,4}{OI} = \frac{6}{8}$ on déduit OI = $\frac{2,4 \times 8}{6} = \frac{19,2}{6} = 3,2$ donc **OI = 3,2 cm**

$\frac{OF}{4,8} = \frac{6}{8}$ on en déduit OF = $\frac{4,8 \times 6}{8} = \frac{28,8}{8} = 3,6$ donc **OF= 3,6 cm**