

# LA TRANSLATION

**« Les Maths sont comme l'Amour :  
une idée simple mais qui peut parfois se compliquer. »**

<b>I.</b>	Il était un petit navire. _____	<b>2</b>
<b>II.</b>	La Translation – Introduction. _____	<b>3</b>
<b>III.</b>	Vocabulaire et notations. _____	<b>3</b>
<b>IV.</b>	Translations et parallélogrammes. _____	<b>4</b>
<b>V.</b>	Propriétés des translations. _____	<b>8</b>
<b>VI.</b>	Tableau récapitulatif des transformations. _____	<b>10</b>
<b>VII.</b>	Exercices. _____	<b>11</b>
<b>VIII.</b>	Pour préparer le test et le contrôle. _____	<b>15</b>

➤ Pré requis pour prendre un bon départ :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Parallélogramme : définition et propriétés.			
Parallélogramme : constructions.			
Symétrie axiale.			
Symétrie centrale.			

➤ Les transformations vues au Collège.

En 6<sup>ème</sup>, nous avons vu « l'effet miroir » c-à-d la .....

En 5<sup>ème</sup>, nous avons vu « le demi tour autour d'un point fixe » c-à-d la .....

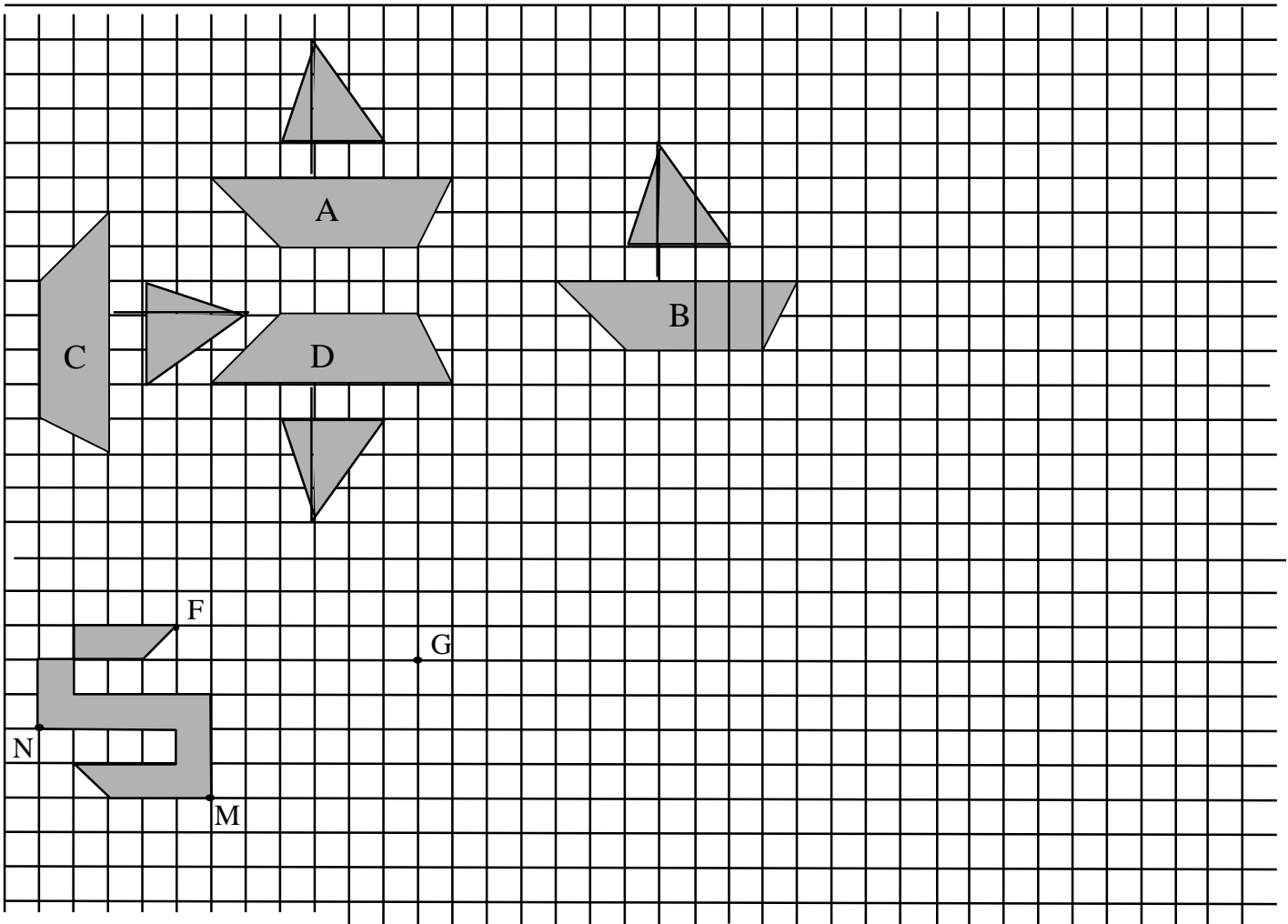
En 4<sup>ème</sup>, nous allons voir « le glissement » c-à-d la .....

En 3<sup>ème</sup>, nous verrons « tourner autour d'un point fixe » c-à-d la **Rotation**.

Nom et Prénom : .....

4<sup>ème</sup> .....

# I. IL ETAIT UN PETIT NAVIRE.



➤ Observe bien les quatre bateaux A, B, C, D.

Quel bateau a été obtenu en faisant **glisser** le bateau A ? .....

Symbolise par une flèche bleue le mouvement exact qu'a fait le bateau A (en reliant par exemple les sommets des deux mats). Trace de même par une flèche rouge le mouvement qu'a fait l'arrière (à droite) du bateau A. Cette flèche rouge relie-t-elle les arrières des deux bateaux A et B ? Bien sûr que .....

➤ Ces deux flèches sont-elles « les mêmes » (même longueur, même direction, même sens) ? .....

Ces 2 flèches étant « les mêmes », on dit qu'elles représentent le même « **mouvement rectiligne** ».

On dit que la bateau B est l'image de A par la **translation** de mouvement l'une des 2 flèches tracées.

Trouve un synonyme pour le mot translation : .....

➤ Trace par une flèche verte le mouvement rectiligne qui va de F vers G (qu'on notera  $\overrightarrow{FG}$ ).

Trace l'image de la figure qui ressemble à un S par **la translation qui transforme F en G**.

Place le point M' image de M par la translation qui transforme F en G.

Trace FGM'M en rouge. Quelle semble être la nature de FGM'M ? .....

Place le point N' image de N par la translation qui transforme F en G.

Trace FGN'N en rouge. Quelle semble être la nature de FGN'N ? .....

## II. LA TRANSLATION : INTRODUCTION.

### A. Sens commun de la translation :

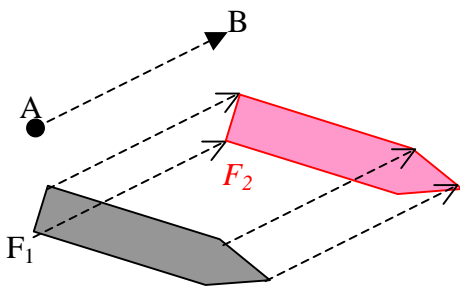
L'activité précédente p.2 nous permet d'affirmer :

La **Translation**, c'est ce qui se passe quand **il y a glissement**.

Plus précisément :

**Une figure est la translatée d'une autre figure lorsque ces deux figures se superposent parfaitement après glissement selon un mouvement rectiligne donné.**

### B. Vocabulaire et notations :



La flèche  $F_1$ , en la faisant glisser selon le mouvement rectiligne qui va de A vers B, se superpose exactement à la flèche  $F_2$ .

La flèche  $F_2$  est donc la translatée de la flèche  $F_1$  selon le mouvement rectiligne qui va de A vers B.

En reprenant l'exemple de cette situation, introduisons le vocabulaire et les notations :

① On note  $\overrightarrow{AB}$  le mouvement<sup>1</sup> rectiligne qui va de A vers B.

② On parle alors de **translation selon le mouvement  $\overrightarrow{AB}$** . On la note  $t_{\overrightarrow{AB}}$ .

*Remarque :* Par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$  en quoi est transformé A ? En ..... !

C'est pourquoi on parle aussi de **la translation qui transforme A en B** au lieu de la translation de mouvement  $\overrightarrow{AB}$ .

③ On dit que :  $F_2$  est l'**image** de  $F_1$  par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$ .

ou bien que  $F_2$  est le **translaté** de  $F_1$  par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$ .

Dans tous les cas, on note :  $t_{\overrightarrow{AB}}(F_1) = F_2$  ou  $F_1 \xrightarrow{t_{\overrightarrow{AB}}} F_2$

➤ Trois exercices :

① Comment note-t-on :

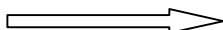
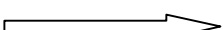
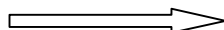
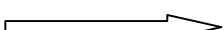
- Le mouvement rectiligne qui va de J vers E ? ..... Le mouvement qui va de E vers J ? .....
- La translation de mouvement  $\overrightarrow{TU}$  ? ..... La translation qui transforme I en L ? .....

La translation où I est le transformé de L ? ..... La translation où E est le translaté de L ? .....

La translation où O a pour image A ? ..... La translation où l'image de O est A ? .....

<sup>1</sup> Un mot plus savant pour « mouvement » : **VECTEUR**. Cela sera vu en 3<sup>ème</sup>.

② Traduire :

$t_{\vec{CD}}(M) = M'$   M' est l'.....  
 $P \xrightarrow{t_{\vec{AB}}} K$   K est le .....  
 L est l'image de P par la translation qui transforme L en K  .....  
 P est le translaté de N par le glissement qui va de N en M  .....

③ Soit la translation  $t_{\vec{OK}}$ . En quoi est transformé O ? ..... Soit  $t_{\vec{KO}}$ , quelle est l'image de K ? .....  
 Soit une translation qui transforme L en M : elle s'écrit : .....  
 Soit une translation telle que N est l'image de P : elle peut s'écrire : .....

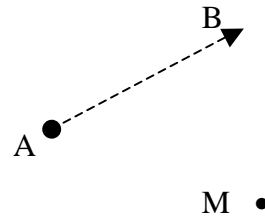
### III. TRANSLATIONS ET PARALLELOGRAMMES.

On veut savoir comment « glisse » un point M selon un vecteur  $\vec{AB}$  donné. 2 cas se présentent :

➤ **Cas ① : Soit M est en dehors de la droite (AB) :**

Construisez en rouge N, l'image de M par  $t_{\vec{AB}}$ .

Que semble être la nature du quadrilatère ABNM ?



.....

Comparez les mouvements  $\vec{MN}$  et  $\vec{AB}$  :  $\vec{MN} \dots\dots \vec{AB}$

➤ **Cas ② : Soit M est sur la droite (AB) :**

Tracer  $\vec{AB}$  en rouge (attention au sens !)

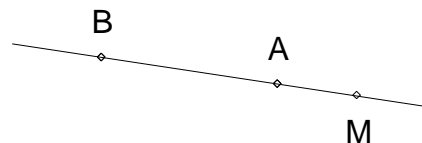
Construisez en vert N l'image de M par  $t_{\vec{AB}}$ .

Où se trouve N ? Sur la .....

Comparez les longueurs AB et MN.  $AB \dots\dots MN$

Les demi droites  $[AB)$  et  $[MN)$  sont elles dans le même sens ? .....

Comparez les mouvements  $\vec{MN}$  et  $\vec{AB}$  :  $\vec{MN} \dots\dots \vec{AB}$



➤ On va maintenant définir « proprement » (mathématiquement) ce qu'est une translation !

Soient deux points A et B (qui donnent indirectement le mouvement rectiligne  $\vec{AB}$  !):

« Définir la translation qui transforme A en B ( $t_{\vec{AB}}$ ), c'est être capable de donner (construire) sans ambiguïté l'image de n'importe quel point M du plan par cette translation. »

D'où la définition de la page suivante :

## A. Image d'un point par une translation :

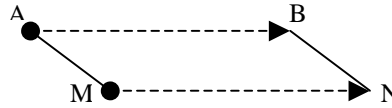
### 1. Définition :

Soient deux points donnés A et B, et soit M un troisième point quelconque :

La translation qui transforme A en B (la translation de mouvement rectiligne  $\overrightarrow{AB}$ ), notée  $t_{\overrightarrow{AB}}$ , est définie de la manière suivante :

❶ Quand M n'appartient pas à (AB) alors l'image de M par  $t_{\overrightarrow{AB}}$  est le point N tel que :

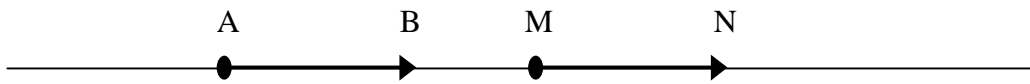
➤  $ABNM^2$  est un parallélogramme.



❷ Quand M appartient à (AB) alors l'image de M par  $t_{\overrightarrow{AB}}$  est le point N sur (AB) tel que :

➤  $AB = MN$

➤ Et les demi-droites [AB) et [MN) ont le même sens.



### 2. Sens de cette définition :

❶ Cette définition, dans les deux cas, indique comment il faut construire l'image d'un point quelconque (en dehors ou sur la droite « portant le mouvement ») par une translation.

❷ Elle montre le **lien profond** qui unit translation et parallélogramme.

❸ Elle donne le passage : **Translations → Parallélogramme.**

❹ Dans les deux cas : Le mouvement rectiligne  $\overrightarrow{MN}$  est le même que le mouvement rectiligne  $\overrightarrow{AB}$ .  
c-à-d ..... = .....

### 3. Passage Translation → Parallélogramme : méthode.

**Méthode :** puisque  $\left\{ \begin{array}{l} P \notin (AN) \\ t_{\overrightarrow{AN}}(P) = Q \end{array} \right\}$  alors PQNA est un parallélogramme.

A vous maintenant ! Conseil : faites d'abord un croquis pour visualiser la situation.

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} D \notin (AB) \\ t_{\overrightarrow{AB}}(D) = C \end{array} \right\}$  alors ..... est un .....

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} L \notin (UR) \\ t_{\overrightarrow{RU}}(L) = E \end{array} \right\}$  alors .....

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} A \notin (MO) \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$  alors AMOR est un parallélogramme.

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$  alors BEUR est un .....

<sup>2</sup> Attention à l'ordre des lettres !

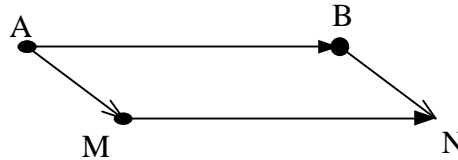
## B. Conséquence très importante de la définition :

La « réciproque » du cas ❶ p.5 est aussi vraie et très importante :

**Règle :** passage **Parallélogramme → Translation**

	(..... condition ou hypothèse)		(..... résultats ou conclusions)
Quand	ABNM est un parallélogramme	alors	$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ N est l'image de M par } t_{\vec{AB}} \\ \textcircled{2} \text{ N est l'image de B par } t_{\vec{AM}} \end{array} \right.$

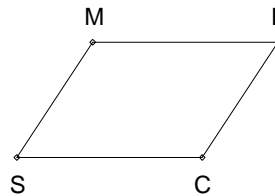
**Figure :**



**Utilité :** Cette conséquence sert de relation de passage : Parallélogramme → .....

### 1. Passage Parallélogramme → Translation : méthode.

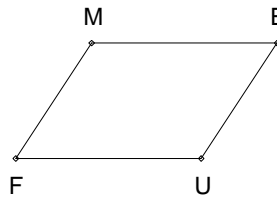
Soit SMEC le parallélogramme ci contre.



Complétez :

- Puisque SMEC est un ..... alors S est l'image de M par  $t_{\vec{MS}}$
- Puisque ..... est un parallélogramme alors M est l'..... de E par  $t_{\vec{ME}}$
- Puisque ..... est un ..... alors  $t_{\vec{CS}}(E) = \dots\dots\dots$

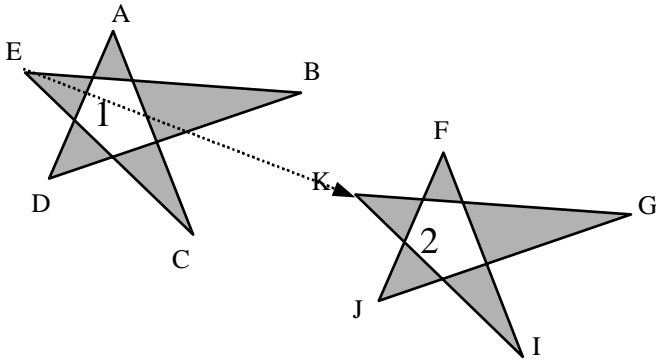
➤ Soit EUFM le parallélogramme ci contre.



Complétez :

- Puisque ..... alors  $t_{\vec{FU}}(F) = M$ .
- Puisque ..... alors ..... est l'..... de F par  $t_{\vec{ME}}$ .
- Puisque ..... alors  $t_{\vec{FU}}(\dots\dots) = E$
- Puisque ..... alors  $E \xrightarrow{t_{\vec{EU}}} \dots\dots\dots$

➤ Exercice 1 :



L'image ci-contre te montre deux étoiles.

L'étoile 2 est l'image de l'étoile 1 par la translation qui transforme E en K.

L'image de A est ..... et ..... est un parallélogramme.

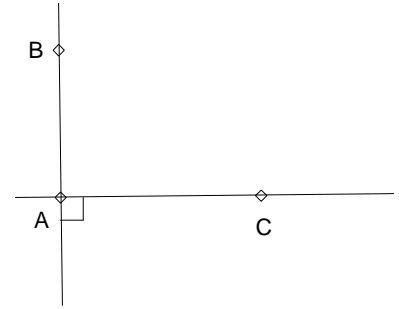
L'image de B est ..... et ..... est un parallélogramme.

L'image de C est ..... et ..... est un parallélogramme

➤ Exercice 2 :

Sur la figure codée ci contre, construire D, l'image de C par  $t_{\vec{AB}}$ .

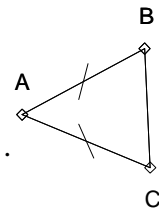
Quelle est la nature de ABDC ? (justifiez !)



➤ Exercice 3 :

Sur la figure ci contre, ABC est isocèle en A. Construire D le translaté de C par  $t_{\vec{AB}}$ .

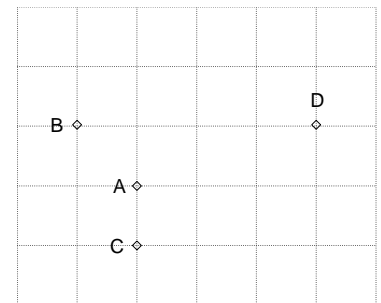
Quelle est la nature de ABDC ? (justifiez !)



➤ Exercice 4 :

Sans utiliser de compas, placer en vert E, F et G les images respectives de A, B et C par  $t_{\vec{AD}}$ .

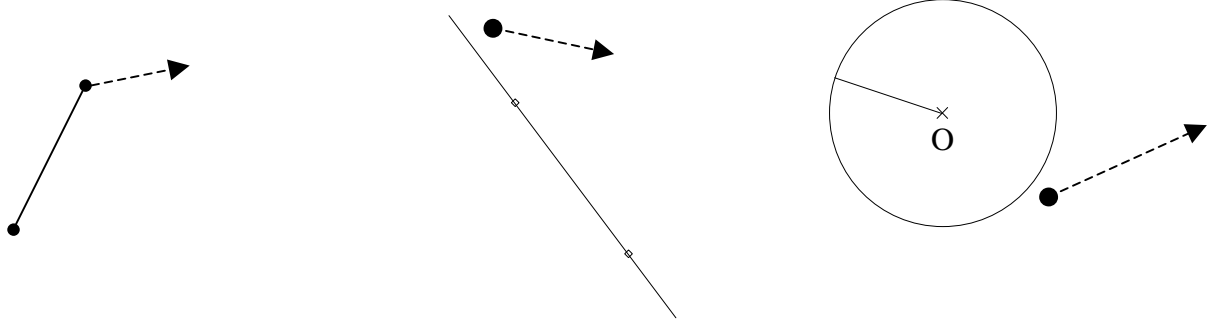
Montrer que BFGC est un parallélogramme.



# IV. PROPRIETES DES TRANSLATIONS.

## A. Transformation par les translations des figures de base :

Dessinez *en rouge* les translatés du segment, de la droite et du cercle.



➤ Le translaté d'un segment est aussi un ..... :  
 ① de même .....  
 ② p.....

➤ La translatée d'une droite est aussi une ....., qui est ..... à la droite précédente.

➤ Le translaté d'un cercle est aussi un ..... :  
 ① son centre est le ..... du centre de l'ancien cercle.  
 ② de même .....

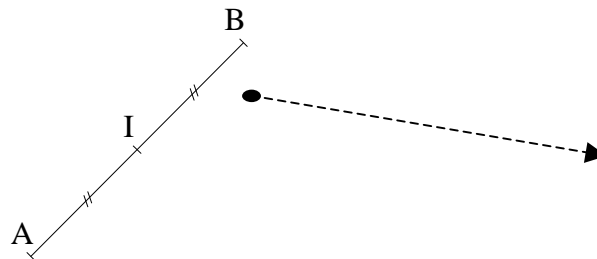
## B. 4 propriétés de conservation :

Les 4 propriétés de conservations qui vont suivre traduisent la non-déformation des objets lors d'un glissement !

❶ Les translations conservent **les Longueurs donc le milieu** :

① Le translaté d'un segment est un ..... de même .....  
 ② En conséquence, les translations conservent aussi le ..... :  
**Le translaté du milieu d'un segment est le ..... du segment image.**

➤ Figure : Tracer en rouge  $[A'B']$  et  $I'$ , les translatés du segment  $[AB]$  et du milieu  $I$  du segment  $[AB]$ .



Vous remarquez que  $I'$  est aussi le ..... de [.....].

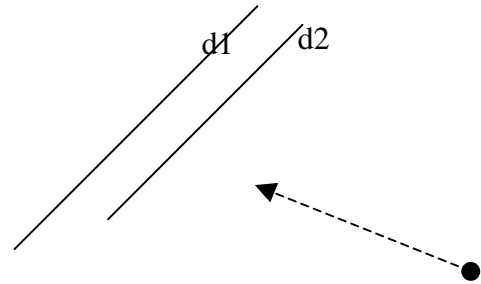
Méthode : Puisque  $I$  est le ..... de  $[AB]$ , alors, par conservation du milieu, son .....  $I'$  est aussi le ..... du segment image [.....].



② Les translations conservent le **Parallélisme** :

**Les translattées de 2 droites parallèles sont deux ..... qui sont aussi ..... entre elles**

➤ Figure : Tracer en rouge les translattées (d'1) et (d'2) des deux droites parallèles (d1) et (d2).



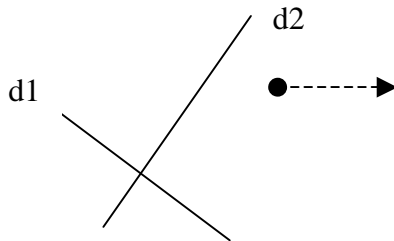
Vous remarquez que les deux droites images sont aussi ..... entre elles !

Méthode : Puisque (d1) .... (d2) alors, par conservation du parallélisme, leurs ..... (d'1) et (d'2) seront aussi .....

③ Les translations conservent les **Angles** (donc la **Perpendicularité**) :

**Le translatté d'un angle est un angle de même .....**

➤ Figure : Tracer en rouge les translattés (d'1) et (d'2) des 2 droites perpendiculaires (d1) et (d2).



Codage !

Vous remarquez que les deux droites images sont aussi ..... entre elles !

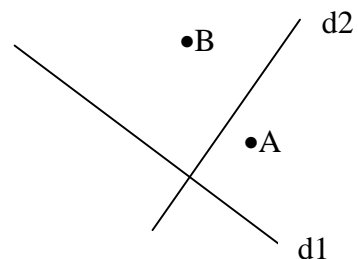
Méthode : Puisque (d1) .... (d2) alors, par conservation de la mesure d'angles, alors leurs ..... (d'1) et (d'2) seront aussi .....

➤ Attention ! Il n'est nul part dit qu'une droite et son image sont perpendiculaires, **ce qui est toujours faux** ! Regardez (d1) et (d'1) : [d'après le cours V A\] p.8](#), elles sont ..... !

➤ Exercice : Sur la figure ci contre, (d1) ⊥ (d2).

Tracer (d3), l'image de (d2) par la translation qui transforme A en B.

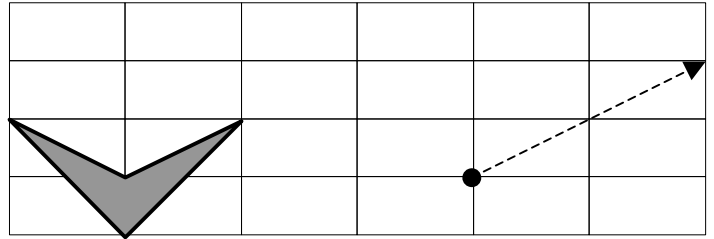
Comment sont (d1) et (d3) ? Justifiez !



④ Les translations conservent **les Aires** :

Une figure et sa figure tradatée ont même .....

Sans compas, tracez en rouge la tradatée de la figure grise ci contre.  
 Ont-elles même aire ?



Méthode : Puisque la figure rouge est la ..... de la figure grise, alors, par conservation des ....., Aire(figure rouge) = .....

⑤ Conséquences des propriétés de conservation :

Puisque les translations conservent les distances, les angles, le parallélisme etc. alors quelle est l'image par une translation :

d'un triangle isocèle ?

d'un triangle équilatéral ?

d'un parallélogramme ?

d'un losange ?

d'un rectangle ?

d'un carré ?

**V. TABLEAU RECAPITULATIF DES TRANSFORMATIONS.**

Transformations	« Sens commun »	Elément(s) caractéristique(s)	Objet(s) géométrique(s) associé(s)	Figure
..... vue en .....	« Effet ..... ou Réflexion »	Axe de symétrie		
<b>Symétrie</b> ..... vue en 5 <sup>ème</sup>	« Demi ..... »			
..... vue en 4 <sup>ème</sup>				
<b>Rotation</b> vue en 3 <sup>ème</sup>	« Tourner autour d'un point fixe »	{ Centre de rotation Angle orienté	Angle géométrique et Cercle	

## VI. EXERCICES.

### A. Construction de figures-images par translation :

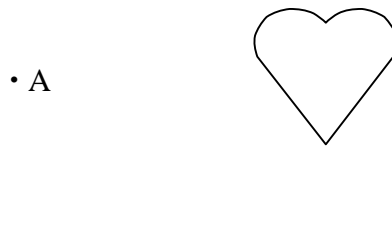
Méthode de construction :

Pour construire la figure image (**en couleur !**), on doit :

- ❶ Repérer le « mouvement » et **le tracer** (attention au sens) si ce n'est déjà fait puis :
- ❷ On construit l'image **point par point**<sup>3</sup> :
  - Soit à la règle et au compas par parallélogramme quand il n'y a pas de quadrillage.
  - Soit par déplacements horizontaux et verticaux sur le quadrillage quand il y en a un.

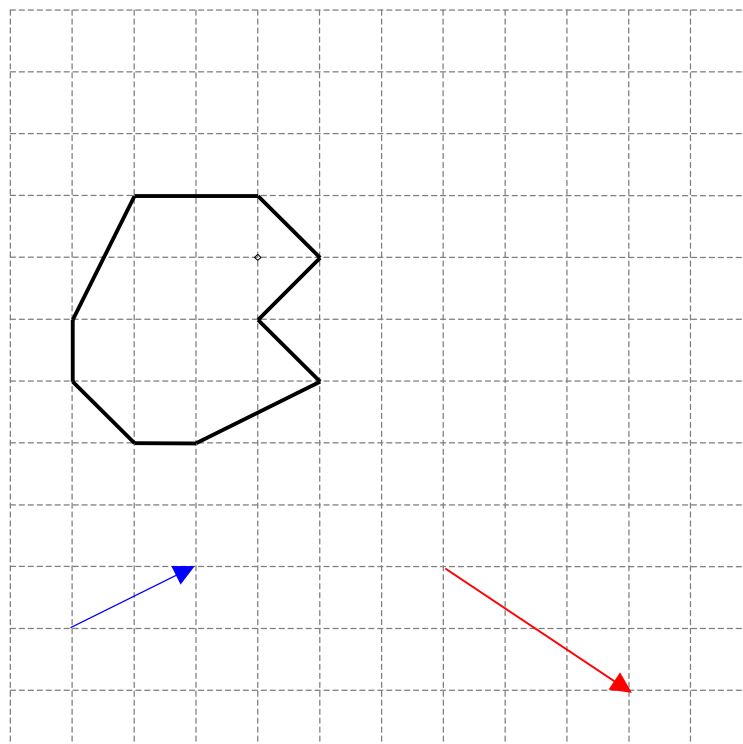
➤ **Exercice 1 :**

Construire les images du cœur par la translation qui transforme A en B et par celle qui transforme B en A.



➤ **Exercice 2 :**

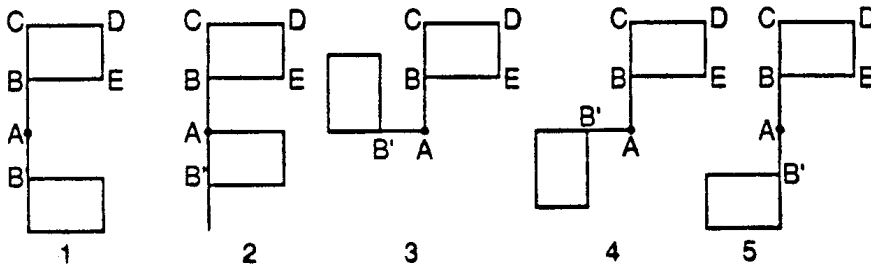
Construire les deux images du Pacman suivant par les 2 translations dont chaque vecteur vous est donné.



<sup>3</sup> Sommet par sommet serait plus juste.

## B. Identification des transformations :

### ➤ Exercice 1 :



Chacun de ces dessins représente un petit drapeau ABCDE auquel on fait subir une transformation géométrique.

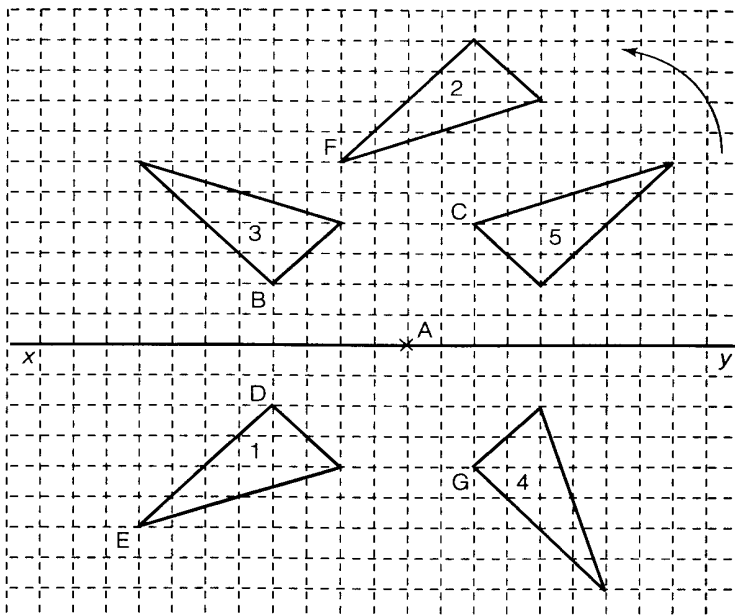
Dans chacune de ces transformations, le point B a pour image B'.

Remplis le tableau suivant en indiquant :

- le numéro du dessin correspondant à la transformation.
- les éléments de chaque transformation (axe de symétrie ou centre de symétrie ou « mouvement »).
- Fais apparaître *en rouge* sur chaque figure les éléments qui définissent chaque transformation s'ils ne sont pas déjà tracés.

n°	Type de transformation	Elément(s) définissant la transformation
	symétrie centrale	de centre .....
	translation	de « mouvement » ..... ou .....
	symétrie axiale	d'axe .....
	symétrie axiale	d'axe .....

### ➤ Exercice 2 :



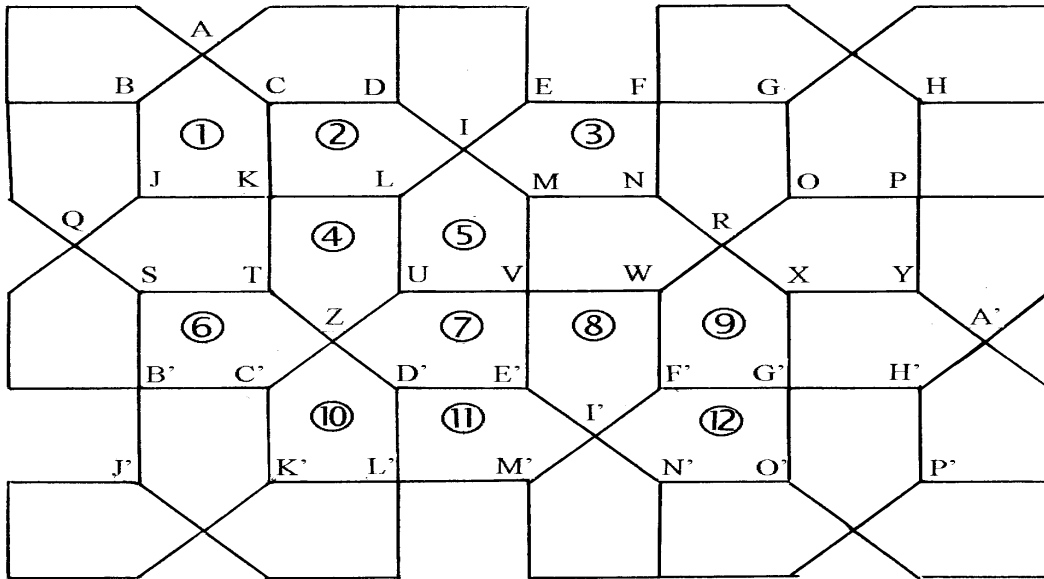
Chacun des triangles 2, 3, 4 et 5 est obtenu à partir du triangle 1 à l'aide d'une symétrie axiale, ou d'une symétrie centrale, ou d'une translation.

Complète les trois phrases suivantes :

- L'image du triangle 1 par la symétrie axiale d'axe ..... est le triangle .....
- L'image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre ..... est le triangle .....
- L'image du triangle 1 par la translation qui transforme ..... en ..... est le triangle .....

Fais apparaître *en rouge* les éléments qui définissent chaque transformation s'ils ne sont pas déjà tracés.

➤ **Exercice 3 :**



Complétez le tableau suivant :

	type de transformation	éléments définissant la transformation		type de transformation	éléments définissant la transformation
① → ⑤			⑩ → ⑤		
④ → ⑥			② → 11		
④ → ⑩			⑤ → ⑧		
④ → ⑩			⑨ → ①		

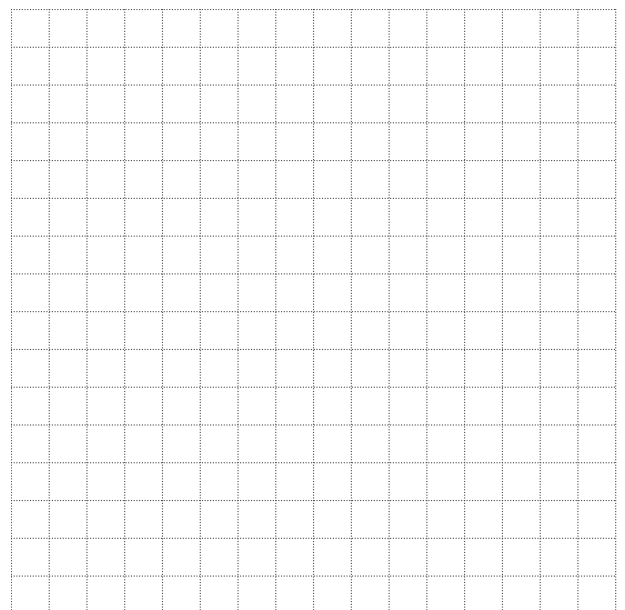
➤ **Exercice 4 :**

Construis, sur le quadrillage ci-contre, au milieu, un triangle ZAN rectangle en A et tel que :

$$AN = AZ = 4 \text{ carreaux.}$$

- 1) Place le point K image de Z par la symétrie de centre A.
- 2) Place le point L image de A par la symétrie axiale d'axe (ZN).
- 3) Place le point J image de Z par la translation qui transforme N en A.

- 4) Place le point M, image de N par la translation  $t_{\vec{ZA}}$ .



## C. Parallélogrammes et translations :

**Exercices à faire à gauche ou dans votre cahier d'exercices.**

La majorité des exercices de raisonnement vont jouer sur le changement de registres :

**Passage Translation  $\rightarrow$  Parallélogramme ou inversement, passage Parallélogramme  $\rightarrow$  Translation.**

➤ Exercice 1 :

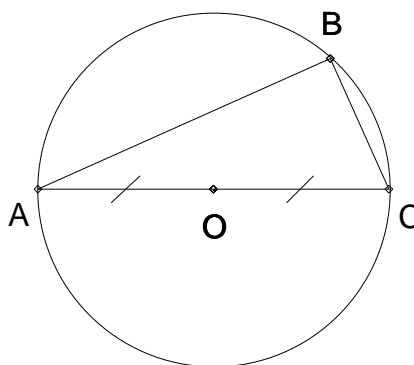
Soit un triangle ABC de longueur  $AB = 3\text{cm}$  ;  $AC = 4\text{ cm}$  et  $BC = 5\text{ cm}$ .

1. Tracer ce triangle ABC sur votre copie et construire en vert le point D, le translaté de B par la translation qui transforme A en C.
2. Quelle est la nature de ABC ?
3. Prouver que ABDC est un rectangle.
4. Soit O l'intersection des 2 diagonales. Quelle est la nature du triangle COD ?

➤ Exercice 2 :

Sur la figure ci contre (qu'on complètera au fur et à mesure ) [AC] est un diamètre du cercle  $\mathcal{C}$  et B est un troisième point sur ce cercle  $\mathcal{C}$ .

Tracer en vert E et D, les images respectives de B et C par la translation qui transforme A en B.



Partie ① :

1. Prouver que  $(AB) \perp (BC)$ .
2. Montrer que BCDE est un rectangle.
3. On sait que  $AC = 5$  et  $BC = 3$ . Calculer AB.

Partie ② :

4. Montrer que  $AB = BE$ .
5. Montrer que (BC) est la médiatrice de [AE].
6. En déduire la nature de ACE.

➤ Exercice 3 :

1. Tracer un cercle  $\mathcal{C}_{(O; 3\text{cm})}$  puis placer *sur le cercle* 3 points A, B et C tels que le triangle ABC soit isocèle en A et  $AB = 5\text{cm}$ .
2. Construire en vert les points D et E, images respectives des points A et C par la translation qui transforme B en C.
3. Tracer le plus simplement possible le cercle  $\mathcal{C}'$  circonscrit au triangle CDE. Expliquer.
4. Montrer que  $(OA) \perp (BC)$  et que  $(AD) \parallel (BC)$ .
5. En déduire que la droite (AD) est tangente à  $\mathcal{C}$ .

## VII. POUR PREPARER LE TEST ET LE CONTROLE.

### A. Je dois savoir :

- Remplissez ce tableau :

	A refaire	A revoir	Maîtrisé
Connaître le sens commun et la définition d'une translation.			
Construire le translaté d'un point au compas.			
Construire la translatée d'une figure.			
Utiliser le quadrillage pour construire le translaté.			
Différencier symétries axiale, centrale et translations.			
Utiliser le lien « translation ↔ parallélogramme » dans les démonstrations.			
Utiliser les propriétés de conservation des translations.			
Aimer les translations.			

- Pour préparer le contrôle : Vrai ou Faux et n°1 à 4 p.148.

### B. Conseils :

- Constructions : Tracez d'abord *en couleur* le vecteur caractérisant la translation.  
 Traits de construction *légers* mais *apparents*.  
 Utilisez de la couleur ; n'oubliez pas les codages directement induits.
- Raisonnements : Penser toujours au double passage « **translations ↔ parallélogramme** »

### C. Erreurs à éviter :

- Se tromper de sens pour le vecteur de la translation :

Ex : La translation telle que A est l'image de B est  $t_{\overrightarrow{BA}}$  et non  $t_{\overrightarrow{AB}}$  !

➤ Se tromper dans le nom du parallélogramme : D est l'image de C par  $t_{\overrightarrow{AB}}$  alors ..... est un parallélogramme et non ~~DCAB~~ !

➤ Une affirmation non justifiée soit par un raisonnement soit par une donnée de l'énoncé ne vaut RIEN !

- Beaucoup inventent des hypothèses pour justifier leurs raisonnements.

### D. Fiche de révision à faire.

Quel sera le prochain contrat ? .....