

# Fractions

## I. Définition ; vocabulaire

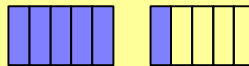
### Activité 1

#### Synthèse :

$\frac{3}{5}$  se lit « trois cinquièmes »



$\frac{6}{5}$  se lit « six cinquièmes »



Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres ENTIERS, alors  $\frac{a}{b}$  est une fraction.

$a$  s'appelle le numérateur de la fraction et  $b$  le dénominateur.

### Fractions particulières :

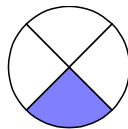
•  $\frac{1}{2}$  se lit « un demi »



•  $\frac{1}{3}$  se lit « un tiers »



•  $\frac{1}{4}$  se lit « un



quart »

## II. Ecriture fractionnaire d'un quotient

### Activités 2 et 3

#### Synthèse :

$\frac{1}{2}$  est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 2 donne 1.

$$2 \times \frac{1}{2} = 1$$

mais aussi  $2 \times 0,5 = 1$

Donc 0,5 est l'écriture décimale de  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$  est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 1.

$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$\frac{1}{3}$  n'a pas d'écriture décimale car le reste de la division de 1 par 3 n'est pas 0.

$\frac{2}{3}$  est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2.  $3 \times \frac{2}{3} = 2$

$\frac{2}{3}$  **n'a pas d'écriture décimale** car le reste de la division de 2 par 3 n'est pas 0.

**Exercice :** Que peux-tu dire des nombres  $\frac{1}{7}$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{11}{4}$  ?

**Retenir :**

Il revient au même de :

- Prendre  $\frac{1}{5}$  de 4 unités
- Prendre 4 fois  $\frac{1}{5}$  de l'unité.

Autrement dit :  $\frac{1}{5} \times 4 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

### III. Représentation du quotient sur une droite graduée

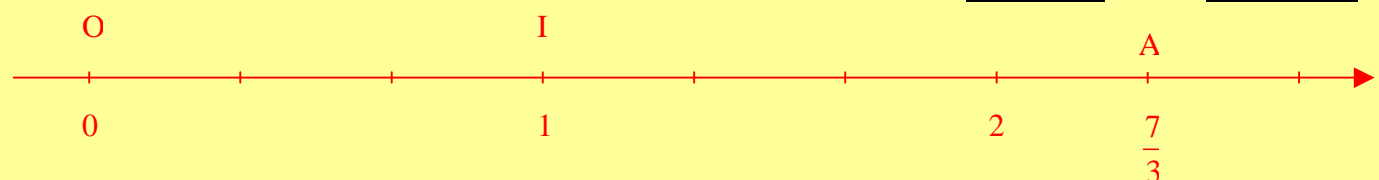
#### Activité 4

**Synthèse :**

Placer  $\frac{7}{3}$  sur une droite graduée

On commence par placer l'origine O, et le point I (à la graduation 1)

La division euclidienne de 7 par 3 donne  $7 = 2 \times 3 + 1$  donc  $2 < \frac{7}{3} < 3$  et  $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$



On dit que le point A a pour ABSCISSE  $\frac{7}{3}$  ( ou que  $\frac{7}{3}$  est l'ABSCISSE du point A !)

## IV. Egalités de quotients

### Synthèse :

Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou qu'on divise) son numérateur et son dénominateur par le même nombre (non nul).

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$$

On peut ainsi reconnaître que deux écritures différentes sont celles d'un même nombre.

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \qquad \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \qquad \frac{1}{6} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{1,5}{0,5} = \frac{15}{5} \qquad \frac{1,4}{3} = \frac{14}{30} \qquad \frac{73,6}{1,15} = \frac{7360}{115}$$

ici voir division de deux décimaux

**On dit que la fraction est IRREDUCTIBLE lorsque le numérateur et le dénominateur sont les entiers les plus petits possibles**

Application au calcul rapide :

$$\frac{7}{0,1} = \frac{70}{1} = 70 \quad \text{Diviser par } 0,1 \text{ revient à multiplier par } 10$$

$$\frac{9}{0,01} = \frac{900}{1} = 900 \quad \text{Diviser par } 0,01 \text{ revient à multiplier par } 100$$

$$\frac{38}{0,001} = \frac{38000}{1} = 38\,000 \quad \text{Diviser par } 0,001 \text{ revient à multiplier par } 1\,000$$

## V. Multiplication d'un quotient par un nombre

Activité 3 du livre page 55

### Exemple 1 :

« Prendre les  $\frac{3}{5}$  de 200 » s'écrit  $\frac{3}{5} \times 200$  mais aussi  $200 \times \frac{3}{5}$

Il y a trois méthodes de calcul :

$$A = (200 : 5) \times 3$$

$$A = 40 \times 3$$

$$A = 120$$

$$A = (200 \times 3) : 5$$

$$A = 600 : 3$$

$$A = 120$$

$$A = (3 : 5) \times 200$$

$$A = 0,6 \times 200$$

$$A = 120$$

### Exemple 2 :

« Prendre les  $\frac{2}{3}$  de 180 » s'écrit  $\frac{2}{3} \times 180$  mais aussi  $180 \times \frac{2}{3}$

Il y a trois méthodes de calcul :

$$A = (180 : 3) \times 2$$

$$A = 60 \times 2$$

$$A = 120$$

$$A = (180 \times 2) : 3$$

$$A = 360 : 3$$

$$A = 120$$

$$A = (2 : 3) \times 180$$

On ne peut pas utiliser cette méthode car  $2 : 3$  ne s'écrit pas sous forme décimale.

### Calcul mental :

- **Multiplier par 0,5 revient à diviser par 2.**

En effet si  $a$  désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0,5 = a \times \frac{1}{2} = (a \times 1) \div 2 = a \div 2$$

exemples : calculer mentalement

$$28 \times 0,5 = \quad 7 \times 0,5 = \quad 18\,300 \times 0,5 =$$

$$11,6 \times 0,5 = \quad 42,7 \times 0,5 = \quad 100,01 \times 0,5 =$$

- **Multiplier par 0,25 revient à diviser par 4.**

En effet si  $a$  désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0,25 = a \times \frac{1}{4} = (a \times 1) \div 4 = a \div 4$$

exemples : calculer mentalement

$$28 \times 0,25 = \quad 7 \times 0,25 \quad 22000 \times 0,25$$

$$10,4 \times 0,25 = \quad 16,32 \times 0,25 =$$

- **Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 etc. revient à diviser par 10, 100, 1000 etc**

Et comme on l'a vu au chapitre divisions, cela revient donc à déplacer la virgule de un, deux, trois ... rangs vers la gauche. On complète par des zéros si nécessaire.

En effet si  $a$  désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0,1 = a \times \frac{1}{10} = (a \times 1) \div 10 = a \div 10$$

*exemples : calculer mentalement*

$$\begin{array}{lll} 8 \times 0,1 = & 27,5 \times 0,01 = & 159 \times 0,01 = \\ 14 \times 0,0001 = & & \end{array}$$

## VI. Pourcentages et diagrammes circulaires

### Activité 5

Synthèse de l'activité

$$0,50 = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50 \%$$

$$0,25 = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25 \%$$

$$0,75 = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75 \%$$

$$1 = \frac{100}{100} = 100 \%$$

Si  $a$  est un nombre le quotient  $\frac{a}{100}$  peut se noter  $a \%$ .. Il se lit «  $a$  pour cent »

### Appliquer un pourcentage

Synthèse de l'activité

Prendre  $a \%$  d'une grandeur  $c$  c'est multiplier cette grandeur par  $\frac{a}{100}$ .

#### Exemples

Prendre 15 % de 300

$$c' \text{ est } \frac{15}{100} \times 300 = 300 \times \frac{15}{100} = (15 \times 300) : 100 = 4\,500 : 100 = 45$$

$$c' \text{ est aussi } (300 : 100) \times 15 = 3 \times 15 = 45$$

$$\text{mais aussi } 0,15 \times 300 = 45$$

### *Application aux diagrammes circulaires*

représenter 15 % sur un disque ou diagramme circulaire c'est prendre comme angle du secteur angulaire 15 % de  $360^\circ$

$$0,15 \times 360 = 54$$

les 15 % sont représentés par un angle de  $54^\circ$

