

DEVOIR SURVEILLÉ N° 2

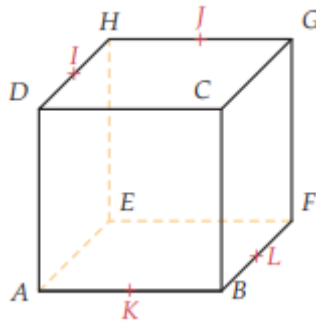
Droites, plans et vecteurs de l'espace

Le 17 octobre 2022

**Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.
Soulignez ou encadrez vos résultats.**

Exercice 1 (5 points)

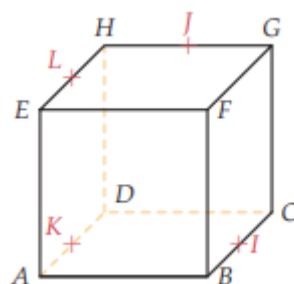
$ABCDEFGH$ est un pavé droit ; I , J , K et L sont les milieux respectifs de $[DH]$, $[HG]$, $[AB]$ et $[BF]$.



- 1) Donner la position relative des deux droites citées :
 - a) (DB) et (EF) ;
 - b) (IJ) et (AF) ;
 - c) (IC) et (AB) ;
 - d) (JF) et (EH) .
- 2) Donner la position relative des deux plans cités :
 - a) (DCG) et (AEF) ;
 - b) (IJA) et (HDC) ;
 - c) (IJE) et (CKL) .
- 3) Donner la position relative de la droite et du plan cités :
 - a) (IJ) et (ABF) ;
 - b) (IJ) et (BCG) ;
 - c) (KE) et (ABF) .

Exercice 2 (5 points)

$ABCDEFGH$ est un cube et I ; J ; K et L sont les milieux respectifs de $[BC]$, $[GH]$, $[AD]$ et $[EH]$. Le point M est défini par $\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{EF}$.



- 1) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{EM} , \overrightarrow{BK} et \overrightarrow{MJ} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{AE} .
- 2) Les droites (BK) et (MJ) sont-elles parallèles ? (utiliser la question précédente).
- 3) Que peut-on en déduire concernant les points B , K , M et J ?

Exercice 3 (6 points)

On considère un cube ABCDEFGH.

I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [DH].

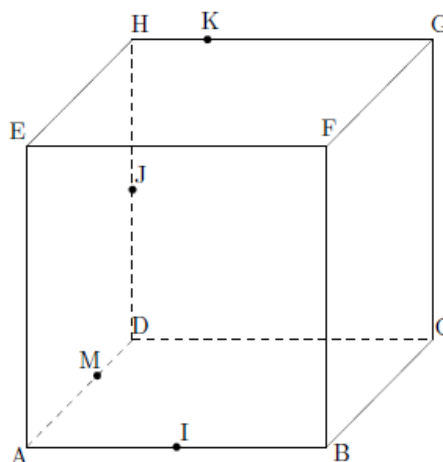
K et M sont les points tels que : $\overrightarrow{HK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$ et

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}.$$

L'objectif de cet exercice est de montrer que le point M appartient à (IJK).

L'espace est rapporté au repère

$$(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}).$$



- 1) a) Donner les coordonnées des points I, J, K et M.
b) En déduire les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{IM} , \overrightarrow{IJ} et \overrightarrow{IK} .
- 2) a) Les vecteurs \overrightarrow{IJ} et \overrightarrow{IK} sont-ils colinéaires ?
b) Déterminer les réels α et β tels que $\overrightarrow{IM} = \alpha\overrightarrow{IJ} + \beta\overrightarrow{IK}$.
c) Que peut-on en déduire ?

Exercice 4 (4 points)

On considère un cube ABCDEFGH. La figure, donnée ci-dessous, sera complétée sur l'énoncé qui sera rendu avec la copie.

On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$.

- 1) a) Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
b) Construire le point L.
- 2) On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes en un point T.
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes en un point Q.
a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
- 3) En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

